

**Université PARIS I – PANTHEON-SORBONNE**

UFR Economie 02

**LES MESURES DE PRODUCTIVITE :**  
**APPLICATION AU CONTRÔLE AERIEN**

MEMOIRE

pour le DEA Economie Mathématique et Econométrie

sous la direction de **David ENCAOUA**

Présenté et soutenu

à la session de Septembre 1999

par

**Marianne RAFFARIN**

L'Université PARIS I – PANTHEON-SORBONNE  
n'entend donner aucune approbation, ni improbation aux  
opinions émises dans ce mémoire ; ces opinions doivent être  
considérées comme propres à leur auteur.

Je remercie Monsieur ENCAOUA et Nathalie LENOIR pour la qualité de leur encadrement.

J'adresse mes remerciements au Service du Contrôle du Trafic Aérien, notamment à Monsieur ROSELLINI, et à la Direction de la Navigation Aérienne 6 qui m'ont fourni les données et la documentation grâce auxquelles j'ai pu faire mes recherches. Ma reconnaissance va aussi au Centre d'Etude de la Navigation Aérienne, en particulier à Jean-Marc POMERET, et à l'Ecole Nationale de l'Aviation Civile pour la logistique et les moyens informatiques qui m'ont permis de mener à bien ce travail.

Je tiens aussi à remercier Christian BONTEMPS et Isabelle RONDE-OUSTAU pour leur aide.

# **SOMMAIRE**

<b>SOMMAIRE</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>6</b>
<b>I. REPRESENTATION DE LA PRODUCTIVITE</b>	<b>9</b>
I.1 DEFINITION DE LA PRODUCTIVITE	12
<i>I.1.1. L'EFFICACITE PRODUCTIVE</i>	12
<i>I.1.2. SES MESURES</i>	15
I.2. LES INDICES DE MALMQUIST	17
<i>I.2.1. INDICES D'OUTPUTS ET D'INPUTS</i>	17
<i>I.2.2. INDICES DE PRODUCTIVITE</i>	23
I.3. LA PROCEDURE DE L'INDICE MULTILATERAL	27
<i>I.3.1. COMPARAISONS MULTILATERALES DES OUTPUTS ET DES INPUTS</i>	28
<i>I.3.2. COMPARAISONS MULTILATERALES DE PRODUCTIVITE</i>	34
<b>II. PRESENTATION DU CONTRÔLE AERIEN</b>	<b>38</b>
II.1. LA PRODUCTION DU CONTRÔLE AERIEN	40
<i>II.1.1. LES OUTPUTS</i>	40
<i>II.1.2. LES INPUTS</i>	43
II.2. LA TARIFICATION DU CONTRÔLE AERIEN	44
<i>II.2.1. LE SYSTEME EUROPEEN</i>	45
<i>II.2.2. UN AUTRE EXEMPLE : LE CAS AMERICAIN</i>	46
II.3. LES STRUCTURES DU CONTRÔLE AERIEN	47
<i>II.3.1. GESTION PUBLIQUE VERSUS GESTION PRIVEE</i>	47
<i>II.3.2. QUELQUES EXPERIENCES DE DEREGULATION</i>	48
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>52</b>



## **INTRODUCTION**

L'amélioration de la rentabilité est un objectif permanent. Cependant, afin de pouvoir observer les progrès réalisés, il est indispensable d'avoir des indicateurs relatifs à la productivité. Celle-ci reflète la production elle-même et ce qui l'entoure. D'une part, elle considère la technique de production utilisée et les proportions dans lesquelles les inputs sont employés. D'autre part, les rendements d'échelle et l'environnement concurrentiel sont des facteurs influençant la productivité.

Les comparaisons de productivité sont intéressantes, non seulement au cours du temps, mais aussi dans un cadre de concurrence entre les entreprises. Une firme plus productive que les autres sur un marché sera alors plus compétitive. Nous pouvons donner l'exemple de l'intérêt pour les mesures de productivité entre firmes lorsqu'il s'agit d'attribuer un marché à l'une d'elles. La tendance actuelle de libéralisation dans les secteurs du service public est sous-tendue par l'idée qu'une gestion publique n'est pas toujours optimale, même dans le cas de monopoles naturels. Ainsi, dans la plupart des pays, les autorités pensent qu'en introduisant des intérêts privés au sein de certains secteurs, un rapprochement vers l'optimum s'opérerait. Il existe quelques domaines de l'économie dans lesquels la concurrence sur le marché semblent *a priori* impossible. Il est tout de même envisageable d'introduire une certaine concurrence qui inciterait à une meilleure utilisation des ressources. Il est possible de mettre en place une concurrence pour l'attribution d'un marché. Ainsi, la compétition se ferait au niveau de l'obtention du droit de fournir seul un service. Le choix de la firme autorisée à être en monopole se ferait par l'intermédiaire d'appels d'offre. L'enjeu des indicateurs de productivité réside dans le fait qu'ils peuvent servir à comparer les firmes et à allouer le marché à la plus productive.

Néanmoins, ces indicateurs de performance, calculés à partir de quantités d'inputs et d'outputs ne rendent compte d'un état d'une production que par rapport à un autre état. Ainsi, les mesures de productivité correspondent à des quantités relatives et sont alors nécessairement accompagnées d'une référence.

C'est au début de ce siècle que les comparaisons à partir de techniques d'indices ont commencé à préoccuper les économistes. Cet intérêt s'est manifesté par des débats portant sur les formules d'indices les mieux appropriées pour faire des comparaisons. La découverte de propriétés sur les indices à la fin des années 1970 a permis de lever le débat. Ces propriétés peuvent être directement liées à celles des fonctions qu'elles représentent, telles que les fonctions d'utilité et de production.

Désormais, plutôt que de faire une sélection parmi un certain nombre de formules d'indices possibles, nous pouvons spécifier une fonction munie de propriétés satisfaisantes et déduire la procédure d'indices correspondante. L'indice ainsi trouvé est qualifié « d'exact » pour cette fonction particulière. En 1976, E. DIEWERT a limité l'examen des fonctions à celles qui ont une forme flexible. Ces fonctions sont des approximations au second ordre de fonctions de production homogènes, linéaires et deux fois différentiables. Parmi celles-ci, nous trouvons la fonction translog. Les indices, exacts pour ces fonctions de forme flexible, sont qualifiés de « superlatifs ». Les indices intéressants sont ceux qui, en plus d'être exacts et superlatifs, vérifient une troisième propriété, celle de transitivité. FISHER a défini en 1922 un critère permettant d'observer si les indices satisfont cette propriété. Il s'agit du test de « circularité ». Les indices transitifs doivent vérifier la relation suivante :

$$I^{kl} = \frac{I^{km}}{I^{lm}}.$$

Des travaux sur la productivité dans le secteur de la navigation aérienne sont pratiquement inexistantes. En revanche, les années 1980, pendant lesquelles a commencé un mouvement de dérégulation dans le milieu des transports, ont été propices à de nombreux articles sur les mesures de performance. Nous trouvons notamment beaucoup de travaux concernant la productivité dans le domaine du transport aérien. Parmi ceux-là, nous pouvons en citer quelques-uns. Dans le journal *Transportation Research*, R.J. WINDLE et M.E. DRESNER recensent différents indices de productivité. Ils cherchent à identifier les liens qui existent entre eux. Cette étude se fait à partir de données de compagnies aériennes. En 1991, D. ENCAOUA évalue, dans un article de l'*International Journal of Industrial*

*Organization*, les écarts de productivité qui existent entre les différents transporteurs aériens européens. Enfin, dans leur livre publié en 1997, T.H. OUM et C. YU cherchent à améliorer et à appliquer des méthodes existantes pour comparer les indicateurs de performance d'une vingtaine de compagnies aériennes. Leurs apports quant aux mesures de productivité seront en partie repris dans la suite de ce mémoire.

Le principe d'évaluation des performances pour apprécier les gains de productivité, ainsi que la création en 1998 d'une « Performance Review Unit » au sein de l'organisation européenne de la navigation aérienne, Eurocontrol, font qu'il est nécessaire de mesurer aussi au niveau français la productivité du contrôle aérien.

Dans la première partie du mémoire, la productivité sera abordée d'un point de vue théorique. Une définition de la notion d'efficacité sera suivie d'une présentation de la formation des indices de productivité.

La seconde étape du mémoire consiste à donner une description économique du contrôle aérien. Il s'agira d'étudier son organisation et son financement. Pour cela, nous détaillerons sa production, sa tarification, ainsi que sa structure, en France et dans le reste du monde.

Ce travail de réflexion sera complété par une mise en pratique des indices de comparaison dans le cadre du contrôle aérien.



**PARTIE I :**

**REPRESENTATION DE LA PRODUCTIVITE**

La productivité est une mesure qui permet d'identifier les relations qui existent entre les outputs et les inputs.

L'objectif principal des mesures de productivité est d'en tirer des conclusions sur l'efficacité de la firme ou de l'industrie étudiée. Il s'agit aussi d'observer la façon dont la firme ou l'industrie a amélioré ses performances. En effet, la croissance économique se fonde sur les gains de productivité, concept relatif à l'augmentation de l'output par rapport aux inputs.

Afin de faire ce genre de comparaisons, des indicateurs sont indispensables. Il existe différents moyens pour caractériser mathématiquement la productivité. Ceux auxquels les économistes ont le plus souvent recours sont les indices.

L'indice superlatif le plus utilisé est l'indice translog de TÖRNQVIST et THEIL, dont la formule est la suivante :

$$\ln T^{kl} = \sum_i \frac{1}{2} [S_i^k + S_i^l] \ln \left( \frac{Z_i^k}{Z_i^l} \right).$$

$Z_i^k$  et  $Z_i^l$  sont les prix ou les quantités d'inputs ou d'outputs  $i$  des deux observations  $k$  et  $l$  comparées.  $S_i^k$  et  $S_i^l$  sont les parts du coût de chaque input ou des recettes de chaque output respectivement dans le coût total ou dans les recettes totales. Ainsi, en considérant que  $Z_i^k$  et  $Z_i^l$  sont les quantités d'outputs de deux firmes, l'indice translog d'output TÖRNQVIST-THEIL correspond à la somme des différences en logarithmes des quantités d'outputs produits par les deux firmes, pondérée par la moyenne arithmétique des parts des recettes de chaque output dans leurs recettes totales.

Nous allons voir dans cette section comment mesurer la productivité de façon non-paramétrique : en construisant des indices. L'élaboration de ces indices passe par la construction d'indices d'outputs et d'inputs. Les prix et les quantités des outputs et des inputs, ainsi que les coûts et les recettes sont donc des données discrètes indispensables au calcul de ces indices.

Ces indices serviront à faire différentes sortes de comparaisons. D'abord, il sera possible de comparer plusieurs entités économiques entre elles. Dans ce cas, les observations sont celles de firmes ou d'industries à une même période. Ensuite, il pourra

s'agir de comparaisons à partir d'une série temporelle. Les observations seront celles de la même entité économique, mais à des périodes différentes. Enfin, la comparaison pourra porter sur des données de panel. Une observation aura alors pour référence, à la fois une entité économique et une période donnée.

Ainsi, dans cette première partie, nous donnerons d'abord une interprétation de la notion d'efficacité. Puis, nous verrons la construction d'indices bilatéraux, où les observations sont comparées deux à deux. Enfin, nous étudierons le passage à des indices multilatéraux, afin de satisfaire la propriété de transitivité.

## **I.1 DEFINITION DE LA PRODUCTIVITE**

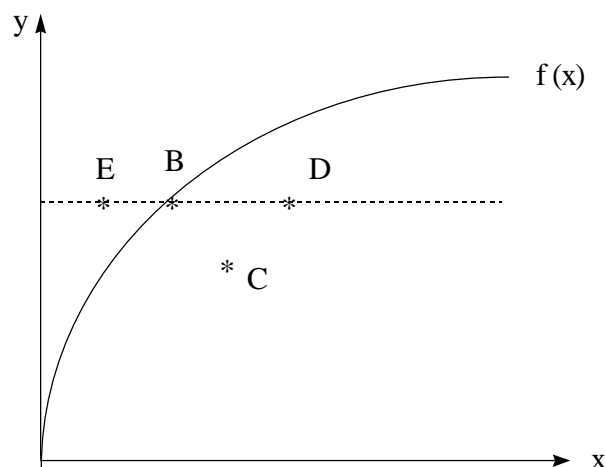
Le but de cette section est double. Il consiste d'une part à expliquer graphiquement le terme productivité et d'autre part à exposer les différentes façons de la mesurer.

### **I.1.1. L'EFFICACITE PRODUCTIVE**

Une fonction de production donne le montant maximum d'output que nous pouvons obtenir à partir d'un vecteur d'inputs, étant donnée une certaine technologie de production. Cette fonction constitue une frontière. La comparaison du vecteur outputs-inputs d'une firme avec sa frontière de production nous informe sur sa productivité. Dans les deux paragraphes qui suivent, nous allons faire ce type de comparaison selon deux cas de production différente.

#### *Cas mono-output (y) mono-input (x)*

Il s'agit du cas où la production d'un type d'output nécessite un seul type d'input. La fonction de production  $f(x)$  est représentée sur le graphique ci-dessous.



Les points sous la courbe (tels que D et C) correspondent à des états réalisables, mais qui pourraient être améliorés. En effet, avec une plus faible quantité d'inputs, il est possible de produire la même quantité d'outputs. En revanche, les points au-dessus de la courbe (tel que E) ne peuvent pas être atteints. Ces états ne sont pas réalisables avec la technologie de production existante.

La distance entre un niveau d'inputs réalisable et la frontière de production donne une mesure de l'inefficacité de la firme étudiée. Cette quantité, tout simplement qualifiée de distance d'input, sera utilisée par la suite.

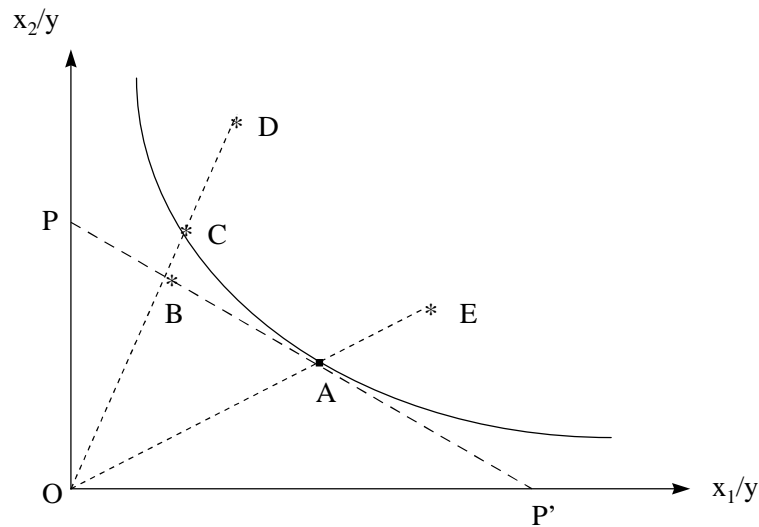
Le passage de l'état D à l'état B signifie un accroissement d'efficacité dans l'utilisation des inputs avec la technologie existante. En revanche, le passage à l'état E nécessite un changement dans la technologie de production.

#### Cas mono-output multi-inputs

Désormais, nous étudions le cas de la production d'un output  $y$  à partir de deux inputs  $x_1$  et  $x_2$ . Soit la fonction de production  $f(x_1, x_2) = y$ . Nous supposons que les rendements de production sont constants, d'où une écriture simplifiée de la fonction de production :

$$f\left(\frac{x_1}{y}, \frac{x_2}{y}\right) = 1$$

Lorsqu'il existe plusieurs outputs et plusieurs inputs, l'efficacité productive résulte d'une technique et d'une combinaison des inputs efficaces. Le vecteur d'inputs est techniquement efficace, si sa composition appartient à la frontière de production. Il satisfait au critère d'allocation efficace, si le taux marginal de substitution des inputs est égal au rapport des prix des inputs correspondants. L'inefficacité technique résulte d'une utilisation excessive des inputs pour une quantité donnée d'outputs, tandis que l'inefficacité allocative signifie un emploi des inputs dans de mauvaises proportions.



FARRELL (1957) définit l'efficacité technique au point D par la quantité  $TE = \frac{OC}{OD}$ .

TE correspond au nombre par lequel il faut multiplier la quantité d'inputs pour obtenir une même quantité d'outputs. Par exemple, si D correspond à l'état  $\left(\frac{x_1}{y} = 3 ; \frac{x_2}{y} = 6\right)$  et C à l'état  $\left(\frac{x_1}{y} = 2 ; \frac{x_2}{y} = 4\right)$  (on vérifie bien que la droite CD passe par l'origine), alors

$$\frac{OC}{OD} = \frac{4.47}{6.71} = \frac{2}{3}.$$

Ainsi, en multipliant les quantités de l'état D par deux tiers, nous obtenons l'état C. Si une firme se situe sur la frontière de production, alors TE est égal à un. Pour les firmes qui sont au-dessus, TE est compris entre 0 et 1.

FARRELL (1957) définit l'allocation inefficace au point C par  $SE = \frac{OB}{OC}$ , où B est le point d'intersection des droites OC et PP', cette dernière représentant la droite d'iso coût des inputs. En multipliant les quantités d'inputs par ce facteur et par leur prix, puis en faisant la somme de ces résultats, nous obtenons le coût qui pourrait être supporté avec l'état optimal A, au lieu du coût plus élevé de l'état C. Si SE n'est pas égal à un, cela signifie que nous ne nous trouvons pas en A et qu'une modification de la combinaison des inputs est nécessaire pour parvenir à l'optimum. Ce facteur est aussi compris entre 0 et 1.

L'efficacité productive au point D s'obtient alors par le produit de SE et TE, c'est-à-dire  $\frac{OB}{OD}$ .

Cependant, généralement seule l'efficacité technique est utilisée comme indicateur de productivité. Il existe plusieurs explications à ceci. D'abord à long terme, les principales variations de productivité sont dues à l'efficacité technique. Ensuite, l'efficacité de la combinaison des inputs n'est pas mesurable sans les prix des inputs, information dont il est souvent difficile de disposer. Enfin, il n'est pas possible de traiter de l'efficacité des entreprises en supposant qu'elles n'adoptent pas des comportements optimaux, telle que la combinaison optimale d'inputs.

Après avoir étudié le sens du terme productivité, nous allons désormais voir comment l'évaluer.

### **I.1.2. SES MESURES**

La productivité peut être appréhendée de différentes manières. Soit nous faisons des estimations économétriques, soit nous construisons des indices.

Dans le premier cas, il est question d'approches statistiques de la productivité. La productivité se mesure à partir des modifications techniques qui s'opèrent dans la production. Il s'agit de changements soit dans la fonction de production, soit dans la fonction de coûts. Puisque ces fonctions ne sont pas observables, nous estimons leurs paramètres. Les approches qui suivent, qualifiées par conséquent de paramétriques, sont celles recensées par DIEWERT en 1989.

L'estimation d'une fonction de production à différents instants permet d'observer s'il y a eu un changement de paramètres dans la fonction de production. La productivité est définie comme une modification de la fonction de production vers le haut.

Le même principe s'applique pour l'estimation d'une fonction de coûts. La productivité est définie comme une modification de la fonction de coûts vers le bas.

Enfin, un indicateur hybride de la productivité est un indice d'output pondéré par l'élasticité du coût. Dans ce cas, nous construisons un indice d'agrégation des outputs où ce sont les élasticités de coût qui servent à la pondération, c'est-à-dire l'élasticité du coût total par rapport à la quantité d'un output particulier. Une estimation de la fonction de coût est nécessaire pour obtenir les élasticités.

Plus récemment, la littérature sur la productivité a développé des approches non-paramétriques, qui utilisent, comme indicateurs de performance, des indices calculés directement à partir de données discrètes. La productivité consiste alors en un rapport d'un indice des outputs sur un indice des inputs. La productivité des facteurs mesurée peut être de deux ordres : partielle ou totale. Nous allons nous intéresser à la distinction qui existe entre ces deux grandes catégories de mesures de la productivité.

La première est qualifiée de mesure partielle de la productivité. Elle consiste à comparer la croissance de l'output à celle de plusieurs inputs, mais pas de tous, ou d'un seul input (Single Factor Productivity : SFP) ; par exemple, la productivité du travail. Cette mesure soulève des problèmes. D'une part, elle ne considère qu'un sous-ensemble d'inputs utilisés, voire qu'un sous-ensemble d'outputs produits. En effet, une entreprise peut accroître la productivité d'un input aux dépens d'un autre. D'autre part, elle prend mal en compte la nature non homogène des inputs et outputs. Par exemple, au sein de la main d'oeuvre il existe des travailleurs qui ont des productivités différentes.

La seconde catégorie est qualifiée de mesure totale de la productivité. Elle représente le montant total d'output agrégé produit par une unité d'input total agrégé (Total Factor Productivity : TFP). Le problème de la multiplicité des inputs et des outputs est résolu en construisant des indices agrégés, pondérés par la part des différents inputs et outputs respectivement dans le coût total et la recette totale. Cette méthode permet de parer au fait que plusieurs outputs sont produits à partir de plusieurs inputs. Un autre avantage par rapport à la mesure partielle est que cette mesure peut répondre aux questions soulevées quand on s'intéresse à la productivité : elle évalue les différences de productivité entre les entreprises et elle mesure la croissance de la productivité au cours du temps.



Etant donnés les avantages d'une mesure totale de la productivité sur une mesure partielle, nous ne nous intéresserons désormais uniquement au TFP.

## **I.2. LES INDICES DE MALMQUIST**

L'idée de MOORSTEEN (1961), suggérée par MALMQUIST (1953), est de comparer les inputs d'une firme à deux périodes différentes en déterminant le facteur maximum par lequel l'input d'une période peut être déflaté telle que la firme puisse continuer à produire les mêmes niveaux d'outputs pour l'autre période ; la même chose pouvant se faire pour les outputs.

Etant donné que l'étude d'une même firme à deux périodes différentes et celle de deux firmes différentes, soit à la même période, soit à différentes périodes, sont équivalentes, nous choisissons de comparer deux firmes,  $k$  et  $l$ . Avec le concept de MALMQUIST, nous sommes conduits à avoir deux indices de MALMQUIST différents, un basé sur la structure de production de  $k$  et un sur celle de  $l$ .

### **I.2.1. INDICES D'OUTPUTS ET D'INPUTS**

Puisque la comparaison des outputs entre les firmes  $k$  et  $l$  est analogue à celle des inputs, nous allons détailler le cas des indices d'outputs réels, puis nous donnerons brièvement les résultats des indices d'inputs réels.

#### *Comparaisons des outputs dans le cas mono-output mono-input*

Afin de mieux comprendre le calcul de ces indices à partir d'une fonction de production multi-outputs multi-inputs, nous allons d'abord voir le cas où un seul input permet de produire un seul output. La fonction de production de la firme  $s$  ( $s$  pouvant être la firme  $k$  ou la firme  $l$ ) s'écrit :

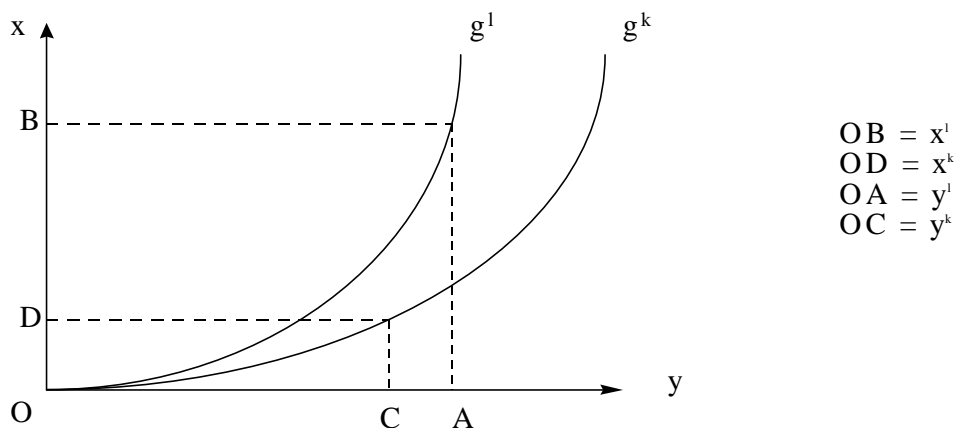
$$y^s = f^s(x^s) \text{ ou } x^s = g^s(y^s).$$

Nous utilisons une quantité qualifiée de distance d'output :

$$d^s(y, x) = \min_{\delta} \left\{ \delta : g^s \left( \frac{y}{\delta} \right) \leq x \right\}.$$

Il s'agit du plus petit facteur,  $\delta$ , par lequel nous devons diviser la quantité d'outputs  $y$  pour obtenir un niveau d'outputs  $\left( \frac{y}{\delta} \right)$ , à partir d'une quantité d'inputs  $x$  et de la technologie de production de la firme  $s$ . C'est une fonction qui contient les mêmes informations que la fonction de production.

Le graphique ci-dessous représente les fonctions d'inputs et les choix de production des deux firmes.



Dans un premier temps, nous allons considérer le cas où c'est la firme  $k$  qui sert de base pour la comparaison.

L'indice d'output de MALMQUIST de la firme  $k$  est défini par le rapport suivant :

$$q^k(y^k, y^l) = \frac{d^k(y^k, x^k)}{d^k(y^l, x^k)}.$$

Puisque nous faisons l'hypothèse qu'une firme se situe sur sa frontière de production, nous avons :  $d^k(y^k, x^k) = 1$ . Ainsi, l'indice d'output peut s'écrire :

$$\begin{aligned} q^k(y^k, y^l) &= \frac{1}{d^k(y^l, x^k)} \\ &= \frac{1}{\min_{\delta} \left\{ \delta : g^k \left( \frac{y^l}{\delta} \right) \leq x^k \right\}} \\ &= \max_{\delta} \left\{ \delta^k : g^k(y^l \delta^k) \leq x^k \right\}, \text{ où } \delta^k = \frac{1}{\delta}. \end{aligned}$$

$\delta^k$  est le facteur de proportionnalité maximum par lequel il faut multiplier  $y^l$  tel que le niveau d'outputs ainsi obtenu puisse être produit avec le niveau d'inputs et la fonction de production de la firme  $k$ .

D'après le graphique, nous avons :  $x^k = g^k(y^k)$ .

Nous cherchons le facteur  $\delta^k$  tel que :  $x^k = g^k(y^l \delta^k)$ .

$\delta^k$  est donc égal au rapport de la quantité d'outputs produite par la firme  $k$  sur celle produite par la firme  $l$ .

Si  $\delta^k$  est inférieur à un, alors la quantité d'outputs de la firme  $k$ ,  $y^k$ , est inférieure à celle de la firme  $l$ , du point de vue de la firme  $k$ . En effet, en utilisant au plus une quantité  $x^k$  d'inputs, la firme produira une quantité inférieure à  $y^l$ . Ainsi, la quantité d'outputs  $y^l$  doit être multipliée par un nombre inférieur à un.

L'indice d'output de MALMQUIST de la firme  $l$  est :

$$q^l(y^k, y^l) = \frac{d^l(y^k, x^l)}{d^l(y^l, x^l)}.$$

Etant donné que  $d^l(y^l, x^l) = 1$ , l'indice d'output peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 q^l(y^k, y^l) &= d^l(y^k, x^l) \\
 &= \min_{\delta} \left\{ \delta^l : g^l\left(\frac{y^k}{\delta^l}\right) \leq x^l \right\}
 \end{aligned}$$

$\delta^l$  est le facteur de proportionnalité minimum par lequel il faut diviser  $y^k$  tel que le vecteur d'outputs ainsi obtenu puisse être produit avec le niveau d'inputs et la fonction de production de la firme  $l$ .

Nous cherchons donc un facteur  $\delta^l$  tel que :  $x^l = g^l\left(\frac{y^k}{\delta^l}\right)$

Ainsi,  $\frac{y^k}{\delta^l} = y^l$ , c'est-à-dire que  $\delta^l$  est égal au rapport de la quantité d'outputs produite par  $k$  sur celle produite par  $l$ .

### Comparaison des outputs dans le cas multi-outputs multi-inputs

Nous pouvons désormais passer au cas où plusieurs outputs sont produits à partir de plusieurs types d'inputs. Les firmes  $k$  et  $l$  utilisent le vecteur d'inputs :

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) = (x_1, \mathbf{x}^*),$$

pour produire un vecteur d'outputs :

$$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_I) = (y_1, \mathbf{y}^*),$$

Les caractères en gras signifient qu'il s'agit d'un vecteur.

La fonction d'inputs nécessaires s'exprime de la façon suivante :

$$x_1 = g^s(\mathbf{y}, \mathbf{x}^*).$$

Cette fonction correspond à la quantité minimale du premier input nécessaire à la firme  $s$  pour produire le vecteur d'outputs  $\mathbf{y}$ , étant donné que le vecteur des autres inputs  $\mathbf{x}^*$  est disponible.

La distance d'output est : 
$$d^s(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \min_{\delta} \left\{ \delta : g^s \left( \frac{\mathbf{y}}{\delta}, \mathbf{x}^* \right) \leq x_1 \right\}.$$

L'indice d'output MALMQUIST de la firme  $k$  est :

$$q^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) = \frac{d^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k)}{d^k(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^k)}.$$

Etant donné que  $d^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k) = 1$ , il s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} q^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) &= \frac{1}{d^k(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^k)} \\ &= \max_{\delta} \left\{ \delta^k : g^k(\mathbf{y}^l \delta^k, \mathbf{x}^{*k}) \leq x_1^k \right\} \end{aligned}$$

Il correspond au plus grand facteur  $\delta^k$  requis pour multiplier l'ensemble des éléments de  $\mathbf{y}^l$ , le vecteur d'outputs de la firme  $l$ , afin de produire à partir de la fonction de production et des inputs de la firme  $k$ .

Si  $q^k(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l)$  est supérieur à un, alors le vecteur d'outputs de la firme  $k$ ,  $\mathbf{y}^k$ , est plus important que le vecteur d'outputs de la firme  $l$ ,  $\mathbf{y}^l$ , du point de vue de la technologie de la firme  $k$ .

L'indice d'output MALMQUIST de la firme  $l$  est :

$$q^l(\mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) = \frac{d^l(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^l)}{d^l(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^l)},$$

que nous pouvons écrire :

$$q^l(\mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) = \min_{\delta} \left\{ \delta^l : g^l \left( \frac{\mathbf{y}^k}{\delta^l}, \mathbf{x}^{*l} \right) \leq x_1^l \right\}.$$

Il correspond au plus petit facteur  $\delta^l$  requis pour diviser l'ensemble des éléments du vecteur d'outputs de la firme  $k$ , afin de produire à partir des inputs et de la structure de production de la firme  $l$ .

Si  $q^l(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l)$  est supérieur à un, alors le vecteur d'outputs de la firme  $l$ ,  $\mathbf{y}^l$ , est moins important que le vecteur d'outputs de la firme  $k$ ,  $\mathbf{y}^k$ , du point de vue de la technologie de la firme  $l$ .

### Comparaison des inputs dans le cas multi-outputs multi-inputs

La construction des indices d'inputs est identique à celle des outputs. Les rôles des inputs et des outputs sont échangés. Il ne s'agit plus d'une maximisation des recettes mais d'une minimisation des coûts. Dans ce cas, nous utilisons la fonction suivante :

$$y_1 = f^s(\mathbf{y}^*, \mathbf{x}).$$

Cette fonction de production correspond au montant maximum du premier output que la firme  $s$  peut produire, en utilisant le vecteur d'inputs  $\mathbf{x}$ , étant donné que le vecteur des autres outputs  $\mathbf{y}^*$  doit aussi être produit.

L'indice d'input MALMQUIST de la firme  $k$  est :

$$Q^k(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l) = \frac{D^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k)}{D^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^l)},$$

où 
$$D^s(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \max_{\rho} \left\{ \rho : f^s \left( \mathbf{y}^*, \frac{\mathbf{x}}{\rho} \right) \geq y_1 \right\}.$$

Du fait de l'hypothèse selon laquelle les firmes se situent sur leur frontière de production cet indice se simplifie :

$$Q^k(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l) = \min_{\rho} \left\{ \rho^k : f^k(\mathbf{y}^{*k}, \mathbf{x}^l \rho^k) \geq y_1^k \right\}$$

Il correspond au plus petit facteur  $\rho^k$  requis pour multiplier l'ensemble des éléments du vecteur d'inputs de la firme  $l$ , afin de produire avec la fonction de production de la firme  $k$  son vecteur d'outputs.

Si  $Q^k(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l)$  est supérieur à un, alors le vecteur d'inputs de la firme  $k$ ,  $\mathbf{x}^k$ , est plus important que le vecteur d'inputs de la firme  $l$ ,  $\mathbf{x}^l$ , du point de vue de la technologie de la firme  $k$ . Ceci signifie qu'avec le vecteur d'inputs  $\mathbf{x}^l$  et la fonction de production de la firme  $k$ , la firme  $l$  produirait moins que ne le fait l'autre firme.

L'indice d'input MALMQUIST de la firme  $l$  s'écrit :

$$Q^l(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l) = \max_{\rho} \left\{ \rho^l : f^l \left( \mathbf{y}^{*l}, \frac{\mathbf{x}^k}{\rho^l} \right) \geq y_1^l \right\}.$$

Il correspond au plus grand facteur  $\rho^l$  requis pour diviser l'ensemble des éléments du vecteur d'inputs de la firme  $k$ , afin de produire avec la fonction de production de la firme  $l$  son vecteur d'outputs.

Si  $Q^l(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l)$  est supérieur à un, alors à partir du vecteur d'inputs  $\mathbf{x}^k$  et de la technologie de la firme  $l$ , la firme  $k$  produirait plus que ne le fait l'autre firme.

### **I.2.2. INDICES DE PRODUCTIVITE**

Il existe deux approches pour mesurer les différences de productivité. D'une part, nous trouvons l'approche des indices de productivité basés sur les outputs. C'est celle qui considère que les différences de productivité sont des différences dans les outputs maximum obtenus conditionnellement à un niveau donné d'inputs. D'autre part, nous avons l'approche des indices de productivité basés sur les inputs. Dans ce cas, les différences de productivité sont dues à des différences dans les inputs minimum requis conditionnellement à un niveau d'outputs donnés.

L'objectif de l'indice de productivité MALMQUIST est de comparer les productivités de deux firmes. Le principe de celui basé sur l'output est de dire qu'une firme

est plus productive qu'une autre, si à partir d'une quantité d'inputs  $x$ , elle produit plus d'outputs avec sa technologie que ne le fait l'autre firme à partir de la même quantité d'inputs avec sa propre technologie. Le principe de l'indice de productivité MALMQUIST basé sur l'input est de dire qu'une firme est plus productive qu'une autre, si pour produire une quantité d'outputs  $y$ , elle a besoin de moins d'inputs avec sa technologie que l'autre firme.

### Indices de productivité basés sur l'output

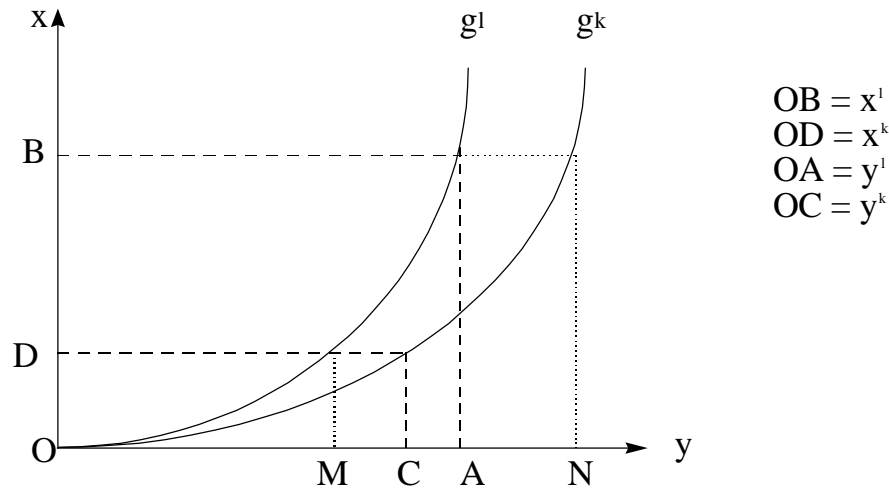
Nous allons étudier un premier indice de productivité MALMQUIST, celui basé sur l'output, dans le cas d'une fonction de production mono-output mono-input. Il est inutile de préciser à partir de quelle technologie se fait la comparaison, puisque dans ce cas particulier, quelle que soit la technologie nous obtenons le même résultat. Cet indice est égal à :

$$m^k(x^k, x^l, y^k, y^l) = \frac{d^k(y^k, x^k)}{d^k(y^l, x^l)} = \max_{\beta} \{ \beta^k : g^k(y^l \beta^k) \leq x^l \}$$

D'après le graphique ci-dessous, nous observons que la distance  $y^l \beta^k$  qui permet de vérifier  $g^k(y^l \beta^k) = x^l$  est ON. Etant donné que  $y^l = OA$ , le facteur  $\beta^k$  est égal au rapport ON sur OA. Ainsi, à partir de la quantité d'inputs  $x^l$ , une quantité d'outputs OA (égale à  $y^l$ ) est produite avec la technologie de la firme  $l$  et une quantité ON est produite avec la technologie de la firme  $k$ .

Si  $\beta^k$  est supérieur à un, alors ON est supérieure à OA. Ainsi, la firme  $k$  est plus efficace que la firme  $l$ , elle produit plus avec autant d'inputs. En revanche, si  $\beta^k$  est inférieur à l'unité, alors c'est la firme  $l$  qui est la plus efficace.





Dans le cas de plusieurs outputs et plusieurs inputs, l'indice de productivité MALMQUIST basé sur l'output, de la firme  $k$  est :

$$\begin{aligned}
 m^k(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l, \mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) &= \frac{d^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k)}{d^k(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^l)} \\
 &= \max_{\beta} \left\{ \beta^k : g^k(\mathbf{y}^l \beta^k, \mathbf{x}^{*l}) \leq x_1^l \right\}
 \end{aligned}$$

Cet indice est le plus grand facteur par lequel nous multiplions les éléments du vecteur d'outputs de la firme  $l$ , telle que la combinaison de ce vecteur augmenté,  $\mathbf{y}^l \beta^k$ , et du vecteur d'inputs de la firme  $l$ ,  $\mathbf{x}^l$ , appartienne à la frontière de production de la firme  $k$ . Si  $\beta^k$  est supérieur à un, alors la firme  $k$  a un plus haut niveau de productivité que la firme  $l$ , du point de vue de la structure productive de la firme  $k$ .

L'indice de productivité MALMQUIST basé sur l'output, de la firme  $l$  est :

$$\begin{aligned}
 m^l(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l, \mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) &= \frac{d^l(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k)}{d^l(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^l)} \\
 &= \min_{\beta} \left\{ \beta^l : g^l\left(\frac{\mathbf{y}^k}{\beta^l}, \mathbf{x}^{*k}\right) \leq x_1^k \right\}.
 \end{aligned}$$

Cet indice correspond au plus petit facteur par lequel il faut diviser l'ensemble des éléments du vecteur d'outputs de la firme  $k$ , telle que la combinaison de ce vecteur déflaté,  $\frac{\mathbf{y}^k}{\beta^l}$ , et du vecteur d'inputs de la firme  $k$ ,  $\mathbf{x}^k$ , soit juste sur la frontière de production de la firme  $l$ . Si  $\beta^l$  est supérieur à un, alors la firme  $k$  a un plus haut niveau de productivité que la firme  $l$ , du point de vue de la structure productive de la firme  $l$ .

Indices de productivité basés sur l'input

L'indice de productivité MALMQUIST basé sur l'input, de la firme  $k$  est :

$$M^k(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l, \mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) = \frac{D^k(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k)}{D^k(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^l)} = \min_{\alpha} \left\{ \alpha^k : f^k(\mathbf{y}^{*l}, \mathbf{x}^l \alpha^k) \geq y_1^l \right\}$$

Cet indice est le plus petit facteur par lequel il faut multiplier les éléments du vecteur d'inputs de la firme  $l$ , telle que la combinaison de ce vecteur augmenté,  $\mathbf{x}^l \alpha^k$ , et du vecteur d'outputs de la firme  $l$ ,  $\mathbf{y}^l$ , appartienne à la frontière de production de la firme  $k$ . Si  $\alpha^k$  est supérieur à un, alors la firme  $l$  a un plus haut niveau de productivité que la firme  $k$ .

L'indice de productivité MALMQUIST basé sur l'input, de la firme  $l$  est :

$$M^l(\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^l, \mathbf{y}^k, \mathbf{y}^l) = \frac{D^l(\mathbf{y}^k, \mathbf{x}^k)}{D^l(\mathbf{y}^l, \mathbf{x}^l)} = \min_{\alpha} \left\{ \alpha^l : f^l\left(\mathbf{y}^{*k}, \frac{\mathbf{x}^k}{\alpha^l}\right) \geq y_1^k \right\}$$

Cet indice est le plus grand facteur par lequel il faut diviser le vecteur d'inputs de la firme  $k$ , telle que la combinaison de ce vecteur déflaté,  $\frac{\mathbf{x}^k}{\alpha^l}$ , et du vecteur d'outputs de la

firme  $k$ ,  $y^k$ , appartienne à la frontière de production de la firme  $l$ . Si  $\alpha^l$  est supérieur à un, alors la firme  $l$  a un plus haut niveau de productivité que la firme  $k$ .

### **I.3. LA PROCEDURE DE L'INDICE MULTILATERAL**

C'est une procédure suggérée par CAVES, CHRISTENSEN et DIEWERT en 1982, pour calculer la productivité totale des facteurs (TFP), et ainsi pouvoir faire des comparaisons entre firmes et/ou au cours du temps. Pour la suite, nous allons considérer que les observations sont celles de firmes à un moment donné.

Les firmes ont une structure de production représentée par une forme fonctionnelle translog :

$$F^s(\ln \mathbf{y}^s, \ln \mathbf{x}^s) = 1, \quad (1)$$

où  $s$  correspond à une des  $S$  observations de l'échantillon.

Nous écrivons ci-dessous cette fonction détaillée :

$$\begin{aligned} \alpha_0^s + \sum_{i=1}^I \alpha_i^s \ln y_i^s + \sum_{n=1}^N \beta_n^s \ln x_n^s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} \ln y_i^s \ln y_j^s + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \beta_{nm} \ln x_n^s \ln x_m^s \\ + \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N \xi_{in} \ln y_i^s \ln x_n^s = 1, \end{aligned} \quad (2)$$

où  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$  et  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ .

L'hypothèse selon laquelle les firmes ont des rendements d'échelle constants, se traduit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} - \sum_{i=1}^I \alpha_i^s &= \sum_{n=1}^N \beta_n^s = 1 && \text{pour } s = 1, \dots, S ; \\ \sum_{i=1}^I \alpha_{ij} &= 0 && \text{pour } j = 1, \dots, I ; \\ \sum_{n=1}^N \beta_{nm} &= 0 && \text{pour } m = 1, \dots, N ; \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^I \xi_{in} = 0 \quad \text{pour } n = 1, \dots, N ;$$

$$\sum_{n=1}^N \xi_{in} = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, I.$$

### **I.3.1. COMPARAISONS MULTILATERALES DES OUTPUTS ET DES INPUTS**

A nouveau, le cas des inputs peut se déduire de celui des outputs. C'est celui-ci que nous allons voir dans le détail.

Comme pour les indices, les comparaisons peuvent avoir des bases différentes. La comparaison des outputs qui suit prend pour base la firme  $k$ .

#### *Indices d'outputs*

Le ratio de l'output  $k$  sur celui de  $l$ ,  $\delta^k$  est défini par :

$$F^k(\ln(\mathbf{y}^l \delta^k), \ln \mathbf{x}^k) = 1. \quad (3)$$

Nous avons donc :

$$F^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) - F^k(\ln(\mathbf{y}^l \delta^k), \ln \mathbf{x}^k) = 0. \quad (4)$$

La résolution de cette équation se fait en utilisant, d'une part, une procédure développée par DIEWERT en 1976 et, d'autre part, l'hypothèse de rendements d'échelle constants.

DIEWERT a démontré l'identité quadratique suivante :

$$F(\mathbf{z}_1) - F(\mathbf{z}_0) = \frac{1}{2} [f(\mathbf{z}_1) + f(\mathbf{z}_0)]^T (\mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_0), \quad (5)$$

où  $\mathbf{z}$  est un vecteur de dimension  $n$  et  $\mathbf{f}$  est le vecteur des dérivées premières de la fonction quadratique  $F$ .

L'application de cette identité à l'équation (4), nous donne :

$$\sum_{i=1}^I \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln(\mathbf{y}^l \delta^k), \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) \right] \{ \ln y_i^k - \ln(y_i^l \delta^k) \} = 0. \quad (6)$$

L'hypothèse de rendements d'échelle constants se traduit par les deux expressions suivantes :

$$\sum_{i=1}^l F_i = -1 \quad \text{et} \quad F_i^k(\ln(\mathbf{y}^1 \delta^k), \ln \mathbf{x}^k) = F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k). \quad (7)$$

Nous allons utiliser ces équations pour simplifier la relation (6). Celle-ci est donc équivalente à :

$$\sum_{i=1}^l \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln(\mathbf{y}^1 \delta^k), \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) \right] \{ \ln y_i^k - \ln \delta^k - \ln y_i^l \} = 0,$$

les dérivées de  $F$  par rapport aux éléments de  $\mathbf{x}^k$  s'annulant,

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^l \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) \right] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) - \sum_{i=1}^l \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) \right] \ln \delta^k = 0,$$

$$\Leftrightarrow - \left[ \frac{1}{2}(-1) + \frac{1}{2}(-1) \right] \ln \delta^k + \sum_{i=1}^l \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) \right] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) = 0,$$

$$\Leftrightarrow \ln \delta^k = - \sum_{i=1}^l \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) \right] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right), \quad (8)$$

où  $F_i$  est la dérivée partielle de  $F$  par rapport aux logarithmes des différents outputs.

Dans le cas où  $c$ 'est la firme  $l$  qui est la base de comparaison, nous avons :

$$F^l \left( \ln \left( \frac{\mathbf{y}^k}{\delta^l} \right), \ln \mathbf{x}^1 \right) = 1. \quad (9)$$

Une résolution identique à la précédente, nous donne :

$$\ln \delta^l = - \sum_{i=1}^l \left[ \frac{1}{2} F_i^l(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^1) + \frac{1}{2} F_i^l(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^1) \right] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right). \quad (10)$$

Indice bilatéral d'outputs

Le fait de pouvoir comparer selon plusieurs bases et que celles-ci donnent des résultats différents est un inconvénient. L'idée, pour avoir une base invariante, est de prendre la moyenne géométrique de  $\delta^k$  et  $\delta^l$ .

Ainsi, nous avons l'indice d'outputs suivant :  $\ln \delta^{kl} = \frac{\ln \delta^k + \ln \delta^l}{2}$ , qui se réécrit :

$$\begin{aligned} \ln \delta^{kl} = & -\sum_{i=1}^I \left[ \frac{1}{2} F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^l(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^l) \right] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) \\ & + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^I [F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) - F_i^k(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^k)] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) \\ & + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^I [F_i^l(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^l) - F_i^l(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^l)] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Or, en développant les deuxième et troisième lignes de cette équation à partir de l'équation détaillée (2), nous obtenons d'une part :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I [F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) - F_i^k(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^k)] \\ = & \sum_{i=1}^I \left[ \left( \alpha_i^k + \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} \ln y_j^k + \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \ln x_j^k \right) - \left( \alpha_i^k + \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} \ln y_j^l + \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \ln x_j^k \right) \right] \\ = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} (\ln y_j^k - \ln y_j^l) \end{aligned}$$

et d'autre part :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I [F_i^l(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^l) - F_i^l(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^l)] \\ = & \sum_{i=1}^I \left[ \left( \alpha_i^l + \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} \ln y_j^l + \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \ln x_j^l \right) - \left( \alpha_i^l + \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} \ln y_j^k + \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \ln x_j^l \right) \right] \\ = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I \alpha_{ij} (\ln y_j^l - \ln y_j^k) \end{aligned}$$

Ainsi les deux dernières lignes de l'équation (11) s'annulent, donnant alors :

$$\ln \delta^{kl} = -\sum_{i=1}^I \left[ \frac{1}{2} F_i^k (\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2} F_i^l (\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^l) \right] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right). \quad (12)$$

Si nous supposons que les firmes maximisent leurs recettes totales par rapport aux niveaux d'outputs, alors  $F_i$  est égal à l'opposé de la part de l'output  $i$  dans la recette totale. En effet, soit  $\mathbf{p}$  le vecteur de prix des outputs, la résolution du programme :

$$\begin{cases} \text{Max}_{y_i} & \sum_{i=1}^I p_i y_i \\ \text{s.c.} & F(\ln \mathbf{y}, \ln \mathbf{x}) = 1 \quad (\lambda) \end{cases}$$

nous donne :

$$p_i - \lambda \frac{\partial F}{\partial \ln y_i} \frac{\partial \ln y_i}{\partial y_i} = 0 \Leftrightarrow p_i - \lambda F_i \frac{1}{y_i} = 0 \quad \forall i$$

Ainsi :

$$\lambda F_i = p_i y_i \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^I \lambda F_i = \sum_{i=1}^I p_i y_i$$

D'où :

$$\lambda = \frac{p_i y_i}{F_i} = \frac{\sum_{i=1}^I p_i y_i}{\sum_{i=1}^I F_i}$$

$$\text{Or comme } \sum_{i=1}^I F_i = -1, \text{ nous avons bien : } F_i = -\frac{p_i y_i}{\sum_{i=1}^I p_i y_i} = -R_i.$$

L'équation (12) s'écrit donc :

$$\ln \delta^{kl} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I [R_i^k + R_i^l] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right). \quad (13)$$

Cet indice s'appelle l'indice translog et bilatéral d'outputs. Il a la même forme qu'un indice translog de TÖRNQVIST et THEIL. L'avantage de cet indice est qu'il permet de

faire des comparaisons entre les outputs de deux entités économiques avec une base constante.

Indice multilatéral d'outputs

Cependant, cet indice ne satisfait pas la propriété de transitivité, ce qui empêche de faire des comparaisons multilatérales.

Pour lever cet obstacle, nous allons modifier l'indice de comparaison d'outputs,  $\delta^{kl}$ , tel que le test de circularité puisse être vérifié. Nous définissons l'output de l'observation  $k$  par rapport à l'output de toutes les observations comme la moyenne géométrique des comparaisons bilatérales d'output entre  $k$  et chaque observation :

$$\overline{\ln \delta^k} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \ln \delta^{ks}. \quad (14)$$

En remplaçant  $\delta^{ks}$  par son expression donnée dans l'équation (13), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \overline{\ln \delta^k} &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I (R_i^k + R_i^s) \ln \left[ \frac{y_i^k}{y_i^s} \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S [R_i^k \ln y_i^k - R_i^k \ln y_i^s + R_i^s \ln y_i^k - R_i^s \ln y_i^s] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I [R_i^k \ln y_i^k - R_i^k \overline{\ln y_i} + \overline{R_i} \ln y_i^k - \overline{R_i} \ln y_i] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I [(R_i^k + \overline{R_i})(\ln y_i^k - \overline{\ln y_i}) + \overline{R_i} \ln y_i - \overline{R_i} \ln y_i] \end{aligned} \quad (15)$$

où la barre indique une moyenne arithmétique sur les  $S$  entités économiques de la variable sous la barre.

L'indice translog multilatéral d'outputs est  $\delta^{*kl}$  tel que :

$$\begin{aligned} \ln \delta^{*kl} &= \overline{\ln \delta^k} - \overline{\ln \delta^l} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I (R_i^k + \overline{R_i}) [\ln y_i^k - \overline{\ln y_i}] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I (R_i^l + \overline{R_i}) [\ln y_i^l - \overline{\ln y_i}]. \end{aligned} \quad (16)$$



L'indice ainsi défini vérifie bien la relation :  $\ln \delta^{*kl} = \ln \delta^{*km} - \ln \delta^{*lm}$ .

Une alternative à cette méthode est de considérer  $k$  par rapport à une observation hypothétique  $h$  définie par un vecteur d'outputs  $\overline{\ln y_i}$  et des parts de recettes  $\overline{R_i}$ . Nous pouvons donc comparer bilatéralement les outputs de ces deux observations :

$$\ln \delta^{kh} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I (R_i^k + \overline{R_i}) [\ln y_i^k - \overline{\ln y_i}], \quad (17)$$

comparaison qui vérifie cette fois la relation de transitivité suivante :  $\ln \delta^{*kl} = \ln \delta^{kh} - \ln \delta^{lh}$ .

#### Indice multilatéral d'inputs

Une procédure analogue à celle qui vient d'être suivie s'applique aux inputs. Les indices d'inputs  $\rho^k$  et  $\rho^l$  sont définis par :

$$F^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln(\mathbf{x}^l \rho^k)) = 1, \quad (18)$$

$$F^l\left(\ln \mathbf{y}^l, \ln\left(\frac{\mathbf{x}^k}{\rho^l}\right)\right) = 1. \quad (19)$$

Comme précédemment, l'indice translog et bilatéral d'inputs s'obtient en faisant la moyenne géométrique de ces indices d'inputs :

$$\ln \rho^{kl} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [W_n^k + W_n^l] \ln\left(\frac{x_n^k}{x_n^l}\right), \quad (20)$$

où  $W_n$  est la part du coût de l'input  $n$  dans le coût total.

Le recours à des moyennes arithmétiques sur l'ensemble des observations, nous permet de calculer l'indice translog et multilatéral d'inputs :

$$\begin{aligned}\ln \rho^{*kl} &= \overline{\ln \rho^k} - \overline{\ln \rho^l} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [\overline{W_n^k} + \overline{W_n}] (\ln x_n^k - \overline{\ln x_n}) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [\overline{W_n^l} + \overline{W_n}] (\ln x_n^l - \overline{\ln x_n})\end{aligned}\quad (21)$$

Cet indice vérifie bien la propriété de transitivité :

$$\ln \rho^{*kl} = \ln \rho^{*km} - \ln \rho^{*lm}.$$

### **I.3.2. COMPARAISONS MULTILATERALES DE PRODUCTIVITE**

Les comparaisons de productivité ressemblent à celles des outputs, car nous pouvons considérer que ce sont des comparaisons d'outputs avec des niveaux d'inputs égaux.

L'indice de productivité de MALMQUIST basé sur la firme  $k$  et sur les outputs est  $\beta^k$  tel que :

$$F^k(\ln(\mathbf{y}^1 \beta^k), \ln \mathbf{x}^1) = 1. \quad (22)$$

$$\text{D'où} \quad F^k(\ln(\mathbf{y}^k), \ln \mathbf{x}^k) - F^k(\ln(\mathbf{y}^1 \beta^k), \ln \mathbf{x}^1) = 0. \quad (23)$$

L'application de l'identité quadratique de DIEWERT permet de résoudre l'équation (23) :

$$\begin{aligned}\ln \beta^k &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^I [F_i^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) + F_i^k(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^1)] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^1} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [F_n^k(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) + F_n^k(\ln \mathbf{y}^1, \ln \mathbf{x}^1)] \ln \left( \frac{x_n^k}{x_n^1} \right)\end{aligned}\quad (24)$$

où les  $F_n$  sont les dérivées partielles de  $F$  par rapports aux logarithmes des outputs.

De même, avec  $\beta^l$  défini par  $F^l \left( \ln \left( \frac{\mathbf{y}^k}{\beta^l} \right), \ln \mathbf{x}^k \right) = 1$ , il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \ln \beta^l = & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^I [F_i^l(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) + F_i^l(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^l)] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) \\ & -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [F_n^l(\ln \mathbf{y}^k, \ln \mathbf{x}^k) + F_n^l(\ln \mathbf{y}^l, \ln \mathbf{x}^l)] \ln \left( \frac{x_n^k}{x_n^l} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

Afin de comparer les firmes  $k$  et  $l$  avec une base commune, nous définissons un indice unique de productivité de MALMQUIST basé sur les outputs,  $\beta^{kl}$  défini comme la moyenne géométrique des deux indices précédents :

$$\ln \beta^{kl} = \frac{\ln \beta^k + \ln \beta^l}{2}.$$

Sur le modèle de ce qui a été fait pour les comparaisons d'outputs et en minimisant les coûts par rapports au niveau des inputs, nous obtenons :

$$\ln \beta^{kl} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I [R_i^k + R_i^l] \ln \left( \frac{y_i^k}{y_i^l} \right) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [W_n^k + W_n^l] \ln \left( \frac{x_n^k}{x_n^l} \right). \quad (26)$$

Il s'agit de l'indice translog et bilatéral de productivité. Puisqu'il ne vérifie pas la propriété de transitivité, nous devons étendre la définition de l'indice qui nous a conduits à des comparaisons de productivité bilatérales.

Nous déterminons donc la productivité de  $k$  par rapport à celle des  $S$  observations comme la moyenne géométrique des comparaisons de productivité bilatérales entre  $k$  et chacune des  $S$  observations :

$$\overline{\ln \beta^k} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \ln \beta^{ks} \quad (27)$$

En développant cette équation (27) sur le modèle de l'expression (15), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \overline{\ln \beta^k} = & \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^I (\overline{R_i^k} + \overline{R_i}) (\ln y_i^k - \overline{\ln y_i}) - \sum_{n=1}^N (\overline{W_n^k} + \overline{W_n}) (\ln x_n^k - \overline{\ln x_n}) \right\} \\ & + \sum_{i=1}^I (\overline{R_i} \overline{\ln y_i} - \overline{R_i \ln y_i}) - \sum_{n=1}^N (\overline{W_n} \overline{\ln x_n} + \overline{W_n \ln x_n}) \end{aligned} \quad (28)$$

Nous trouvons donc finalement l'indice translog et multilatéral de productivité :

$$\begin{aligned}
\ln \beta^{*kl} &= \overline{\ln \beta^k} - \overline{\ln \beta^l} \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I (R_i^k + \overline{R_i}) (\ln y_i^k - \overline{\ln y_i}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I (R_i^l + \overline{R_i}) (\ln y_i^l - \overline{\ln y_i}) \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (W_n^k + \overline{W_n}) (\ln x_n^k - \overline{\ln x_n}) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (W_n^l + \overline{W_n}) (\ln x_n^l - \overline{\ln x_n}).
\end{aligned} \tag{29}$$

Nous nous apercevons qu'il existe une relation entre d'une part les indices translog bilatéraux ou multilatéraux d'outputs et d'inputs et d'autre part l'indice translog bilatéral ou multilatéral de productivité. En effet :

$$\ln \beta^{*kl} = \ln \delta^{*kl} - \ln \rho^{*kl}. \tag{30}$$

CAVES, CHRISTENSEN et DIEWERT ont montré que, sous certaines conditions notamment une structure de production ayant une forme fonctionnelle translog, l'indice de TÖRNQVIST et THEIL est égal à la moyenne géométrique des deux indices de MALMQUIST.

Comme tous les indices de productivité, celui qu'ils ont défini nécessite une agrégation des outputs et des inputs. Celle-ci se fait pour l'indice multilatéral en pondérant les inputs et les outputs par le coût ou les recettes de chacun dans le coût total ou les recettes totales. Les poids donnés aux inputs et aux outputs à valeur élevée sont alors plus forts que ceux donnés aux inputs et aux outputs à faible valeur.

Le recours aux moyennes arithmétiques et géométriques, en plus d'être une façon de satisfaire à la propriété de transitivité, peut aussi être vu comme un moyen de lisser les données. Ainsi, nous évitons les trop fortes variations et corrigeons les valeurs aberrantes.

L'intérêt de ces indices multilatéraux réside essentiellement dans leur utilisation pour des comparaisons transversales et de données de panel, car toutes les observations sont

traitées de façon symétrique. L'inconvénient pour les données temporelles est qu'il existe un ordre. Les observations adjacentes sont comparées directement, tandis que celles qui ne le sont pas sont seulement comparées indirectement en prenant comme intermédiaires les observations de l'intervalle. L'approche de l'indice bilatéral calculé "en chaîne" semble dans ce cas meilleur. En effet, ainsi les nouvelles données ne modifient pas les comparaisons précédentes, alors que l'indice multilatéral donne de nouveaux résultats pour l'ensemble de la série. En revanche, appliquer cette procédure d'indice bilatéral "en chaîne" aux données de panel ne conviendrait pas, car il faudrait alors choisir une observation de référence pour combiner les comparaisons en chaîne. Or les résultats obtenus seraient différents selon le choix de la référence.

**PARTIE II :**

**PRESENTATION DU CONTROLE AERIEN**

La mise en place du contrôle aérien, au début du siècle, a d'abord consisté à organiser la circulation aérienne. La commission qui en fut chargée avait pour objectif de standardiser les règles de l'air définissant les priorités et les autorisations pour utiliser les espaces aériens. Puis, le contrôle aérien a répondu à une demande de sécurité. En effet, la naissance du pilotage sans visibilité a eu recours au guidage, dont le but est d'organiser, à l'aide de moyens techniques, la séparation des vols les uns par rapport aux autres. Cette pratique de vol aux instruments se développant, le contrôle aussi a dû évoluer.

Actuellement le contrôle est divisé en trois services. Le contrôle d'aérodrome s'occupe de la circulation au sol sur la plate-forme, de la phase initiale de la montée et de la phase terminale de la descente des avions. Il est assuré à partir de la tour de contrôle. Le contrôle d'approche est chargé de la montée et de la descente des avions. Il est aussi fait à partir de l'aérodrome. Le contrôle en route veille aux avions qui sont à leur niveau de croisière. En France, il est effectué par cinq centres spécialisés. Ils sont situés à Paris pour le Nord, à Reims pour l'Est, à Aix-en-Provence pour le Sud-est, à Brest pour l'Ouest et à Bordeaux pour le Sud-ouest. Ainsi, après sa montée, un avion est transféré à un centre de contrôle régional, puis il sera transféré d'un centre de contrôle à un autre et au sein de chaque centre d'un secteur à un suivant, jusqu'au moment où il entamera sa descente.

Cette étude dont l'intérêt est d'analyser la productivité du contrôle aérien appliquera les mesures de performance au contrôle en route, c'est-à-dire aux cinq centres régionaux de la navigation aérienne.

L'objectif de cette section est de caractériser d'un point de vue économique le contrôle aérien. Nous verrons donc d'abord comment est organisé sa production, quels sont ses inputs et ses outputs. Puis, nous comparerons plusieurs systèmes de tarification. Enfin, nous donnerons une description des différentes structures du contrôle aérien qui existent dans le monde.

## **II.1. LA PRODUCTION DU CONTROLE AERIEN**

Le contrôle aérien est une industrie de services. Ceux-ci sont essentiellement fournis aux compagnies aériennes, mais aussi à toute autre personne qui utilise l'espace aérien pour voler aux instruments, tels que les entreprises possédant des avions d'affaire ou les agents militaires. En France, les centres de contrôle en route sont en monopole, gérés par la Direction de la Navigation Aérienne qui a pour tutelle le Ministère des Transports.

### **II.1.1. LES OUTPUTS**

Le rôle des centres de la navigation aérienne consiste essentiellement à fournir un service, celui de contrôler des vols pour lesquels une aide extérieure est indispensable. Cet output doit être accompagné d'une certaine qualité. Celle-ci repose sur la sécurité et la régularité. Ces deux éléments étant qualitatifs, nous ne pouvons avoir que des variables approximatives pour les représenter.

La sécurité des vols est très bien assurée dans tous les pays. Le niveau de sécurité est évalué par l'analyse de différents indicateurs.

Nous trouvons d'abord les alertes du filet de sauvegarde. Ce filet est une alerte automatisée transmise aux contrôleurs dès que les distances à respecter entre les avions sont franchies. Cependant, avant que ces alertes soient comptabilisées, elles font l'objet d'un examen, car il existe des marges très importantes dont le dépassement ne signifie pas toujours un danger.

Ensuite, un commandant de bord peut utiliser une procédure AIRPROX pour signaler qu'il estime que pendant son vol la sécurité de son avion a été compromise par la proximité d'un autre avion.

Pour les agents et les usagers de la circulation aérienne, c'est la procédure RECLAMATION qui leur permet de signaler une dégradation de la sécurité.



Pour les avions équipés du système d'ultime secours TCAS, destiné à éviter les abordages en vol et fonctionnant indépendamment des systèmes au sol, il est demandé aux compagnies de reporter leurs événements TCAS.

Enfin, les fiches d'incident opérationnel rédigées par les contrôleurs servent aussi d'indicateurs de la qualité. Deux types de problèmes peuvent en être à l'origine. Il s'agit des dysfonctionnements ou des interruptions dans les communications radio téléphoniques et des défauts de communication générés par des homophonies ou similitudes d'indicatifs.

Les retards, contrairement à la sécurité, sont de moins en moins bien maîtrisés. Ceci est essentiellement dû à l'augmentation et à la structure du trafic. Depuis 1985, le trafic de vols aux instruments connaît une très forte croissance, le nombre de vols ayant plus que doublé en treize ans. Cette explosion du trafic est la conséquence de l'ouverture du ciel européen, les compagnies élargissant et augmentant leur réseau dans le but de conquérir ou conserver des parts de marché. L'organisation du contrôle ne facilite pas la fluidité du trafic. En effet, les avions doivent suivre des routes aériennes qui existent grâce à des balises au sol. Ce système a l'avantage de permettre de bien connaître la position des avions. Mais, il crée d'importants problèmes de congestion. La structure des compagnies est aussi à l'origine de cette congestion. La multiplication des plates-formes de correspondances provoque des concentrations d'avions contribuant à une hausse de la densité du trafic. Cette situation est celle de la plupart des pays européens. En revanche, aux Etats-Unis, l'étendue de l'espace aérien faisait que la congestion en route était pratiquement inexistante. Mais, depuis le début de cette année, les vols intérieurs américains connaissent un accroissement exponentiel des retards.

Etant donné qu'une multitude de causes, allant de mauvaises conditions météorologiques à un passager perdu dans l'aéroport, peuvent être à l'origine du retard d'un vol, il existe deux types d'indicateurs. Les données de retards sont publiées, d'une part, pour l'ensemble des retards, qualifiés de retards " Toutes Causes Confondues " (TCC). Les retards TCC mesurent la différence entre l'heure de départ prévue, celle inscrite sur les billets, et l'heure de départ réelle, celle à laquelle l'avion quitte son poste de stationnement. D'autre part, les données de retards sont aussi fournies pour les retards uniquement dus au contrôle aérien, qualifiés de retards " Air Traffic Control " (ATC). Ces

indicateurs sont donnés par centres régionaux ou par aérodromes. Pour notre étude du contrôle en route, nous retiendrons les retards ATC par centre en route.

Avant chaque vol, les compagnies aériennes doivent déposer un plan de vol, comprenant les informations nécessaires aux contrôleurs aériens. Il constitue un contrat entre le pilote et les organismes de contrôle de la circulation aérienne. Cependant, il se peut qu'un vol ne corresponde pas au premier plan de vol proposé par la compagnie. Ceci se produit essentiellement en présence de congestion, dans le cas où les capacités du contrôle sont insuffisantes par rapport à la demande. Dans ces circonstances, les contrôleurs "régulent" le vol. Soit ils immobilisent l'avion au sol, c'est le cas le plus fréquent. Soit l'avion attend en l'air selon une procédure particulière, mais c'est un moyen très coûteux. Soit ils adoptent une solution qui se développe beaucoup actuellement, ils modifient le parcours initialement prévu du vol.

Il existe différents indicateurs disponibles pour les retards par centres. D'abord, nous trouvons le total des retards, mesuré en minutes. Ensuite, nous disposons des retards moyens par vol régulé et par vol retardé. Les vols régulés ne sont pas tous retardés. En effet, un vol n'est considéré retardé que si le retard dépasse quinze minutes par rapport à l'horaire initialement prévu. Par ailleurs un vol peut être régulé avec un recours à des mesures tactiques tel qu'un changement de route sans pour autant impliquer des retards. Enfin, le dernier indicateur est celui du nombre d'heures régulées. Cette mesure correspond aux heures pendant lesquelles un secteur se trouve en phase de congestion. Cette situation de surcharge entraîne pour les compagnies aériennes une modification de leur plan de vol initial, donnant souvent lieu à un retard.

Dans le cadre de notre étude sur la productivité, où il est nécessaire de disposer de données relatives à des quantités, il serait plus intéressant de prendre des variables quantitatives pour l'output. Nous avons alors le choix entre plusieurs quantités d'outputs.

La quantité fournie par le contrôle aérien peut être mesurée par le nombre d'avions surveillé au sein d'un centre.

Or, les vols diffèrent par la façon dont ils traversent un centre. Ils ont, par exemple, des profils de vol (croisière, montée ou descente) et des durées de passage dans un centre très différentes. Ainsi, ils ne sollicitent pas tous le contrôle de la même manière. Une autre

mesure de l'output peut donc être les kilomètres parcourus par l'ensemble des avions dans un centre.

Cependant, les services du contrôle considèrent qu'une meilleure mesure est celle du temps qu'ils passent à surveiller les avions.

### **II.1.2. LES INPUTS**

Le contrôle aérien utilise trois types d'inputs : le travail, divers produits de fonctionnement et le capital.

Les effectifs des centres sont composés aux trois quarts par des Ingénieurs du Contrôle de la Navigation Aérienne. Les postes restants sont très divers. Par simplification, nous pouvons considérer que le personnel des centres est assez homogène. Les coûts du travail correspondent aux salaires, ainsi qu'aux charges et prestations sociales.

Les coûts de fonctionnement sont en revanche très hétérogènes. Le budget de fonctionnement laisse essentiellement apparaître des dépenses liées à la maintenance, aux prestations de services, à la formation, à l'achat de fournitures et à la documentation informatiques. Il compte aussi des dépenses de télécommunications, de carburants, d'électricité, ainsi que d'impôts et de taxes. Il est donc plus difficile de disposer d'indicateurs de prix et de quantités pour l'ensemble de ces postes.

Nous pouvons considérer que le capital physique a deux origines. Il est constitué, d'une part, de biens immobiliers et, d'autre part, de radars, d'ordinateurs et de moyens de télécommunications très développés. La quantité de capitaux physiques se mesure par le niveau de stock de capital exprimé en francs français. Ce stock est évalué chaque année. Il est égal au stock de capital de l'année précédente après dépréciation à laquelle nous ajoutons le montant d'investissement de l'année courante.

Le coût du capital s'obtient en multipliant le stock par un prix unitaire du capital. Ce dernier est égal à la somme du coût unitaire d'opportunité de détention du capital et du coût unitaire de dépréciation. En effet, la somme consacrée aux investissements de l'année

qui précède celle pour laquelle nous calculons le coût du capital, aurait pu être placée sur le marché monétaire. Elle aurait ainsi rapporté un surplus égal au produit du taux d'intérêt de l'année courante et du prix de l'année précédente des actifs des centres, puisque nous calculons un prix unitaire. Etant donné que le capital perd de sa valeur chaque année, il faut ajouter à ce coût d'opportunité un autre coût unitaire, celui de la dépréciation. Il s'obtient en multipliant le prix des actifs de l'année courante à un taux de dépréciation. Le détail de ces calculs sera donné dans la partie qui applique les mesures de productivité au contrôle aérien.

## **II.2. LA TARIFICATION DU CONTROLE AERIEN**

Le rôle essentiel de la tarification consiste à allouer les ressources efficacement, et dans la mesure du possible, c'est-à-dire avec des rendements non-croissants, à couvrir les coûts.

De nombreux facteurs influencent les coûts du contrôle aérien. Le coût qu'un avion fait supporter à un centre dépend de la distance parcourue et le temps passé dans les secteurs surveillés par le centre. La vitesse et le profil du vol sont d'autres facteurs qui pèsent sur le coût.

La tarification doit aussi permettre de gérer de façon optimale la congestion. Cela ne signifie pas systématiquement de supprimer complètement la congestion. En effet, nous cherchons à atteindre la capacité optimale. Cette dernière s'obtient en égalisant le coût d'une unité supplémentaire de capacité au bénéfice de la réduction d'une unité de congestion. Ce bénéfice est équivalent au coût marginal d'une unité supplémentaire de congestion puisqu'en fait le bénéfice correspond au coût économisé lorsque le niveau de congestion diminue. Si le coût marginal de la capacité est supérieur au bénéfice marginal d'une baisse de la congestion, alors cela implique que de la congestion est nécessaire à l'optimum. Vouloir la diminuer engendrerait un coût supérieur à celui supporté lorsqu'elle existe. Ainsi, à l'optimum, il est fort possible que la tarification soit telle que des pointes demeurent dans le trafic. Du fait d'un coût trop élevé, la capacité ne sera pas dimensionnée pour les éviter.

Il est tout de même indispensable de réduire la congestion. Dans ce but, la tarification doit inciter les avions à voler en période creuse et les compagnies aériennes à utiliser de gros avions. En effet, la taille de l'avion joue peu sur les moyens à utiliser pour contrôler le vol. Les vols, quelle que soit l'importance de l'avion, nécessitent tous le même niveau de surveillance. Ainsi, en regroupant les petits avions pour en faire de gros, le trafic serait réduit.

Cependant, les systèmes de tarification actuellement appliqués dans le monde visent plus à couvrir les coûts qu'à optimiser l'allocation des ressources.

Nous allons voir maintenant deux systèmes très différents de financement du contrôle aérien : l'un européen, l'autre américain.

### **II.2.1. LE SYSTEME EUROPEEN**

En Europe, les services fournis par le contrôle aérien sont financés à l'aide de redevances payées par les usagers. Vingt-huit Etats, dont fait partie la France, se sont réunis afin de ne facturer aux usagers qu'une seule redevance de route, quel que soit le nombre d'Etats survolés. C'est un service de l'organisation Eurocontrol, agence européenne de contrôle aérien, qui est chargée de faire la collecte. Les redevances pour le contrôle en route sont libellées en unités de comptes européennes, désormais l'Euro. Leur montant est déterminé par l'application de la formule suivante :

$$R = Tu_i \times \frac{D}{100} \times \sqrt{\frac{M}{50}}$$

- où  $Tu_i$  est un taux unitaire constant différent pour chaque pays européen,  
 $D$  est la distance parcourue en kilomètres,  
 $M$  est la masse en tonnes, déterminée forfaitairement par type d'avion.

La redevance individuelle d'un vol est donc égale au produit du taux unitaire et du nombre d'unités de service  $\left( \frac{D}{100} \times \sqrt{\frac{M}{50}} \right)$ .

Les taux unitaires sont déterminés tous les ans par chaque Etat, en fonction de deux éléments. D'une part, ils doivent permettre de couvrir les dépenses des services de route. Ainsi, en divisant l'assiette de ces dépenses par le nombre d'unités de services engendrées dans l'espace aérien, nous obtenons le taux unitaire national de redevances. D'autre part, ils doivent aussi assurer le recouvrement des frais de perception des redevances de route. Ainsi, en divisant le montant de ces dépenses par le nombre d'unités de service engendrées dans la région soumise à redevances, nous obtenons le taux unitaire régional administratif.

Les redevances perçues sont ensuite reversées aux Etats, majorées des intérêts produits par les sommes versées sur des comptes de dépôt à court terme.

L'inconvénient de cette règle de prix est qu'elle sanctionne les gros avions alors que les petits encombrant autant l'espace aérien. De plus, elle ne considère pas les problèmes de congestion. C'est essentiellement pour cette raison qu'il est nécessaire qu'elle soit revue. En revanche, la distance parcourue reflète assez bien le service fourni, puisque c'est sur cette distance que le contrôle a été effectué.

### **II.2.2. UN AUTRE EXEMPLE : LE CAS AMERICAIN**

Le système américain diffère beaucoup du mécanisme européen. Aux Etats-Unis, il n'existe pas de tarification. Le financement se fait par l'intermédiaire d'un fond dont 75% provient de taxes spéciales et 25% du budget fédéral. Une taxe de 1% est prélevée sur chaque billet vendu dont le départ s'effectue sur le territoire américain.

Ce dispositif de taxe proportionnelle au prix du billet défavorise les compagnies à tarifs élevés. En effet, les compagnies à bas tarifs sont avantagées puisqu'elles bénéficient du même service que les autres mais le paient moins cher. Ce mécanisme pose aussi le problème du survol. Les avions qui ont décollé d'un autre pays que les Etats-Unis, mais qui

sont amenés à survoler ce territoire et donc à être contrôlés par les centres américains, ne payent pas pour ce service.

Parmi ces deux mécanismes, c'est le système européen qui prévaut dans la plupart des pays. Par exemple, en Afrique, les redevances sont aussi basées sur la distance et la masse. Cependant, pour la masse, il ne s'agit pas de sa racine carrée divisée par une constante. Dans les systèmes africains, elle est pondérée par des coefficients qui dépendent de sa valeur et qui sont déterminés par paliers. Ainsi, bien que le système européen soit utilisé sous des aspects un peu différents, c'est le même principe qui prédomine, celui de tarifier en fonction du service rendu.

### **II.3. LES STRUCTURES DU CONTROLE AERIEN**

Depuis une dizaine d'années, l'ensemble des services nationaux de contrôle aérien fait face à une forte croissance de la demande de trafic, qui nécessite des changements technologiques dans le contrôle et des investissements massifs pour assurer la sécurité. Cependant, les politiques des gouvernements ne semblent plus appropriées, conduisant à des difficultés pour gérer cette hausse du trafic et provoquant alors d'importants retards. La plupart des victimes de la multiplication de ces retards dénoncent la gestion du contrôle aérien par les pouvoirs publics.

Comme cela fut le cas dans d'autres secteurs à réseaux, c'est la Nouvelle-Zélande qui a amorcé la tendance de la dérégulation, dans le domaine du contrôle aérien.

#### **II.3.1. GESTION PUBLIQUE VERSUS GESTION PRIVEE**

Dans son rapport de 1994 sur la façon de privatiser les services du contrôle aérien, R.W.POOLE identifie plusieurs raisons d'en désengager l'état. D'abord, les contraintes budgétaires qui pèsent sur les gouvernements les empêchent de faire les investissements nécessaires. De plus, même si les financements sont accordés, les délais du processus

d'investissement font qu'une fois la nouvelle technologie acquise, celle-ci est déjà dépassée. L'auteur du rapport fait aussi remarquer qu'il existe une inadéquation entre l'activité complexe qu'est le contrôle, faisant face à des fluctuations saisonnières et s'exerçant en permanence, et le personnel bureaucratique. Enfin, le fait que le contrôle aérien appartienne au service public conduit, d'une part, à assurer que les hommes politiques et les groupes de pression, industriels ou syndicaux, soient les premiers satisfaits au détriment des consommateurs et, d'autre part, à prendre des décisions influencées par des préoccupations de court terme.

Cependant, le désengagement de l'état dans le contrôle aérien soulève tout de même quelques problèmes. D'une part, la prise de participation d'agents économiques privés dans ce secteur risque de les conduire à une recherche de plus-values au détriment de la sécurité. D'autre part, il faut s'assurer que le service demeure équitable envers les clients et les fournisseurs du secteur. En effet, les compagnies aériennes et les fabricants de radars, tels que Thomson-CSF ou GEC, ont intérêt à faire partie de l'actionnariat afin d'avantager, pour les uns, leurs vols et, pour les autres, leur matériel.

Nous allons voir désormais comment quelques pays ont choisi de résoudre les problèmes soulevés par R.W.ROOLE, tout en étant vigilant vis-à-vis de la sécurité et de l'actionnariat.

### **II.3.2. QUELQUES EXPERIENCES DE DEREGLEMENTATION**

En Nouvelle-Zélande, la direction de l'aviation civile a été divisée en deux. D'une part, le Ministère des Transports demeure en charge des fonctions standards imposées par la loi et l'Organisation Internationale de l'Aviation Civile. D'autre part, une entreprise, possédée par l'état, a été créée. Ses actionnaires sont le Ministre des Finances et le Ministre des Entreprises d'Etat. Cependant, l'objectif de cette structure est que leurs interventions soient transparentes, c'est-à-dire écrites et publiques. Le rôle de cette nouvelle organisation est d'assurer les services du contrôle aérien de façon commerciale. Cette entreprise doit être aussi efficace qu'une entreprise du secteur privé. Cette mission laissait craindre un



conflit entre la recherche de profits et le maintien du niveau de sécurité. Mais les exigences vis-à-vis du contrôle aérien consistaient à donner la priorité à la sécurité. De plus, la libéralisation du contrôle aérien peut être comparée à l'ouverture à la concurrence des compagnies aériennes. En effet, celles-ci ont alors cherché à gagner des parts de marché, sans pour autant conduire à une moins bonne sécurité.

En Allemagne, le désir de modifier la structure est venu du mécontentement des compagnies aériennes dans les années 1980 devant l'incapacité des services de contrôle à faire face à une demande croissante du trafic. Cette insatisfaction s'est traduite au début de l'année 1993 par la création d'une entreprise chargée du contrôle aérien. Ainsi, la DFS a remplacé l'ancienne structure. Cette nouvelle entreprise dépend uniquement du Ministre fédéral des Transports. L'accent est mis sur la transparence des décisions et la responsabilité financière. Cette organisation a l'originalité, par rapport au cas de la Nouvelle-Zélande, d'être décentralisée et non lucrative.

Au Canada, la privatisation totale du contrôle aérien civil a eu lieu à la fin du mois d'octobre 1996. Cependant, le Ministre des Transports continue d'établir les règles de sécurité et d'en contrôler le respect. L'objectif de cette opération était de rendre compétitive une activité qui aujourd'hui ne peut être que monopolistique. En effet, une ouverture à la concurrence sur ce marché serait préjudiciable à la sécurité. L'entreprise qui gère désormais le contrôle aérien canadien a le statut d'une société privée à but non lucratif. Le gouvernement craignait aussi qu'une perspective de profits conduise à une diminution de la qualité du service. Cette entreprise ne dispose pas de capitaux et se trouve donc sans actionnaires. Ainsi, cette société privée a dû souscrire un emprunt afin de financer le rachat des actifs publics.

En Grande-Bretagne, la libéralisation du contrôle aérien ne devrait pas tarder. En effet, le gouvernement britannique a annoncé en octobre 1998 sa volonté de le privatiser à 51%, créant ainsi un partenariat privé-public.

Devant l'incapacité des systèmes nationaux européens à régler les problèmes de congestion et donc de retards, l'Association des compagnies aériennes réclame la création d'une autorité européenne indépendante chargée du contrôle. Ainsi, les contrôleurs européens pourraient bénéficier de logiciels identiques et le problème des infrastructures insuffisantes pourrait être surmonté par des décisions communes d'investissements techniques et humains. A cette demande, les autorités répondent qu'une telle organisation existe déjà, il s'agit d'Eurocontrol, et que les problèmes actuels sont surtout dus aux stratégies commerciales des compagnies elles-mêmes.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- CAVES Douglas W., CHRISTENSEN Laurits R. et DIEWERT W. Erwin (1982), “The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity”, Novembre 1982, *Econometrica*, Vol. 50, No.6, pp. 1393-1414.
- CAVES Douglas W., CHRISTENSEN Laurits R. et DIEWERT W. Erwin (1982), “Multilateral Comparisons of Output, Input, and Productivity Using Superlative Index Numbers”, Mars 1982, *The Economic Journal*, Vol. 92, pp. 73-83.
- DAVIDSON Russel et MACKINNON James G. (1993), “Estimation and Inference in Econometrics” Oxford Press.
- DIEWERT W. Erwin (1978), “Superlative Index Numbers and Consistency in Aggregation”, Juillet 1978, *Econometrica*, Vol. 46, No.4, pp. 883-900.
- ENCAOUA David (1991), “Liberalizing European Airlines : Cost and factor productivity evidence”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 9, pp. 109-124.
- MAIGNAN Georges (1991), “Le Contrôle de la Circulation Aérienne”, Que sais-je ?, Presses Universitaires de France.
- OBENG Kofi, ASSAR Nasir et BENJAMIN Julian (1992), “Total Factor Productivity in Transit Systems : 1983-1988”, *Transpn. Res.-A*, Vol. 26A, No.6, pp. 447-455.
- OUM Tae Hoon et YU Chunyan (1997), “WINNING AIRLINES : Productivity and Cost Competitiveness of the World’s Major Airlines”, Novembre 1997, Kluwer Academic Publishers.

- OUM Tae H., TRETHERWAY Michael W. et WATERS W.G. (1992), “Concepts, Methods and Purposes of Productivity Measurement in Transportation”, *Transpn. Res.-A*, Vol. 26A, No.6, pp. 493-505.
  
- OUM Tae Hoon, WATERS II W.G. et YU Chunyan (1998), “A Survey of Productivity and Efficiency Measurement in Rail Transport”, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol.33, Part 1, pp. 9-42.
  
- TRETHERWAY Michael W. et WATERS W.G. (1999), “Comparing Total Factor Productivity and Price Performance : Concepts and Application to Canadian Railways”, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 33, Part 2, pp. 209-220.
  
- WINDLE Robert J. et DRESNER Martin E. (1992), “Partial Productivity Measures and Total Factor Productivity in the Air Transport Industry : Limitations and Uses”, *Transpn. Res.-A*, Vol. 26A, No.6, pp. 435-445.